

第3学年 4章 関数 $y=ax^2$

・関数 $y=ax^2$ の表、式、グラフとそれらの相互関係（イの(7)）



「変化の割合が等しくなるときはある？ ない？」 逆思考の探究で、意味理解と技能の深い学びへ!!

<本時の内容>

- ◇変化の割合に着目し、関数的な見方・考え方を働かせ、
- ◇関数 $y=ax^2$ で、変化の割合が等しくなる場合について調べる数学的活動を通して、
- ◇関数 $y=ax^2$ の変化の割合を求めることができる。



<本時の評価規準の設定例>

- ・関数 $y=ax^2$ の変化の割合を求めることができる。

<参考> 平成 29 年度高校 1 年基礎力確認調査 数学 7 (1)

これは、関数 $y=ax^2$ の変化の割合を求めることができるかをみるもので、岩手県 41.0% という正答率でした。

調査対象の生徒が中学校第 3 学年に在籍していた平成 28 年度全国学力・学習状況調査中学校数学 A10(2) では、一次関数の式から変化の割合を求める問題が出題され、岩手県 51.2% (全国 54.6%) という正答率で、変化の割合の理解が関数の学習を進める上で課題となっています。

第 3 学年で新たな関数を学習する際には、このような状況を踏まえて、既習の比例や反比例、一次関数も取り上げて、変化の割合に着目して、関数の変化や対応の特徴を捉えるようにすることが大切です。このような基礎・基本の習得のためには、技能の反復練習にとどまることなく、意味や有用性の理解を伴うことで定着が促進されることも指導に加味することが考えられます。

関数 $y=-x^2$ について、 x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

《ACT.1 変化の割合の特徴に着目して、既習の関数と比較する活動》

T：関数 $y=x^2$ について、表の x の値に対応する y の値を求めてもらったら、次のようになりました。
この表から、どんなことに気付きますか？

S：同じ数ずつ増えていない。

S：5，3，1 と減って、

1，3，5，7，…と増える。

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	…
y	…	9	4	1	0	1	4	9	16	25	…

T：この表で、 x の値が 1 ずつ増えるときの y の値がそう増えているっていうことかな？

T：いいところに目を付けたね。関数の特徴を調べるときの大事な見方だ。

表を横にみて、変化の特徴を表すのが変化の割合で、表を縦にみて、対応の特徴を表すのが式ということだったよね。

S：結局それって、変化の割合が同じじゃないっていうこと？

T：そうだよ。さっきの変化の割合が一定でない（同じ数でない）という特徴は、比例・反比例・1 次関数でいうと、どの関数に似ているといえるかな？

関数の学習は、表から式、事象から式など、式に関連付ける導入が多い。その次は、式から表、表からグラフのように関連付けていきますが、このとき、「変化の割合」の用語は既習なので、早い段階で軽く扱っておくことが考えられます。

変化の割合の特徴に着目して比較する活動を通して、既習の関数について学び直し、「反比例に似ている。」「ということは、グラフは直線にならないかも…。」などのように、数学的な見方・考え方が働くようにすることが大切です。

《ACT.2 変化の割合を求める活動から、逆思考の探究的活動へ》



関数 $y=2x^2$ について、 x の値が1から3まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

S: $x=1$ のとき $y=2 \times 1^2=2$
 $x=3$ のとき $y=2 \times 3^2=18$

S: 表で x の増加量と y の増加量を求めても
 同じ答えになるね。



したがって、変化の割合は、

$$\frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = \frac{18-2}{3-1} = \frac{16}{2} = 8$$

 答 8



x	...	1	...	3	...
y	...	2	...	18	...

+2
+16



関数 $y=2x^2$ について、変化の割合が8になるときが、
 x の値が1から3まで増加するとき以外にもあるのかな？

S: 変化の割合は一定じゃないから、他のときは8にならないんじゃないかな。

S: 表で、いろいろ調べてみたら見つかるかも…。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	...
y	...	18	8	2	0	2	8	18	32	50	...

S: あっ！あったよ！ x の値が0から4まで増加するときに、変化の割合が8になる！



あるんだね！ 関数 $y=2x^2$ で、変化の割合が等しくなるときをもっと探してみましょう。

→一人！台端末で Geogebra 等のデジタルツールを活用し、グラフ上で平行になる直線を調べる活動に取り組むことも考えられます。

ICT 活用
チャンス！

変化の割合については、単に計算の仕方を覚えてその数値を求められるようになることのみをねらいとしているのではなく、その数値を求めることを通して、比例や一次関数で変化の割合が一定でグラフが直線になったのに対し、関数 $y=ax^2$ では変化の割合が一定でなく、それゆえグラフが曲線になることを理解するとともに、変化の割合の関数の考察における役割や、グラフでの見方を知ること大切です。



「変化の割合が一定ではない」ということを、生徒は「変化の割合はいつでも異なり、等しくなることはない。」と誤解するかもしれません。そこで、「変化の割合が等しくなるときはあるのかな？」と問いかけ、新たな課題について調べる活動を取り入れることが考えられます。

x がどの値からどの値まで増加するかを生徒自身が決めて探究的に調べる中で、自然に技能の習熟が図られるというメリットがあります。

関数 $y=2x^2$ で、 x の値が1から3まで増加するときの変化の割合は8で、これは、この関数のグラフ上の2点A(1, 2)、B(3, 18)を通る直線ABの傾きを表していますから、直線ABと平行な直線がこの関数のグラフと2点で交わるとき、例えば、 x の値が0から4まで増加するときなどに変化の割合が8になります。生徒が表を使って調べたり、グラフと関連付けたりして考察する活動を通して、変化の割合についての意味理解が深まるようにすることも大切です。

中学校第3学年の教科書では、比例と反比例、1次関数の学習とは単元構成が異なり、グラフを学習してから、変化の割合について扱う流れになっています。グラフと関連付けて学んだり、「平均の速さ」を取り上げ、日常生活の事象での活用を通して学べるようにしたりしています。

このとき、ACT.2のように、逆思考で、変化の割合から x がどの値からどの値まで増加するか調べる問題解決の中で、意味理解と技能について深い学びの実現を図ることが考えられます。中学校の関数領域の総仕上げとして、生徒の実態に応じて学び直しの機会を適宜位置付けながら、生徒が主体的に取り組めるようにしましょう。

