

第3学年 3章 2次方程式



・因数分解したり平方の形に変形したりして解くこと（アの(イ)、イの(7)、[内容の取扱い](2)、(3)）

因数分解による解き方のコツは、因数分解ではない!!?
「 $AB=0$ ならば、 $A=0$ または $B=0$ 」の必要感を!!

<本時の内容>

- ◇文字の種類や字数に着目して二次方程式の解き方を論理的に考える見方・考え方を働かせ、
- ◇(1次式の積) $=0$ の二次方程式とその解を比較する数学的活動を通して、
- ◇因数分解を基にした二次方程式の解き方を理解している。



<本時の評価規準の設定例>

- ・因数分解や平方の形に変形することを基にした二次方程式の解き方を理解している。

<参考> 単元テスト例

2次方程式 $x(x+3)=28$ を下のように解きました。

$$\begin{aligned} x(x+3) &= 28 \\ x^2+3x &= 28 \\ (x+7)(x-4) &= 0 \\ \text{したがって} & \\ x &= -7, x = 4 \end{aligned} \quad \text{①}$$

このとき、①でどのように解いているかについて正しく述べているものが、次のアからエまでの中に1つあります。それを選びなさい。

- ア 等式の性質によって、 $(x+m)^2=k$ の形にして、平方根の考えを用いて解いている。
- イ 「 $AB=0$ ならば、 $A=0$ または $B=0$ 」を用いて、1次方程式にして解いている。
- ウ 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解の公式を用いて解いている。
- エ (2次式) $=0$ の形にして、左辺を因数分解し、1つの文字を消去して解いている。

これは、因数分解の考えを基にした2次方程式の解き方を理解しているかをみるものです。2次方程式の解法では、本問題の①の部分に当たる「 $x+7=0$ または $x-4=0$ 」のプロセスを記述として省略することがあります。このとき、記述の省略が「 $AB=0$ ならば、 $A=0$ または $B=0$ 」を用いる考え方そのものの欠落につながる危険があることに留意が必要です。時々忘れずに問いかけてみたい1問です。

2次方程式の解き方を理解しているということは、「次数を減らして一元一次方程式に帰着させる」という解き方のポイントをおさえ、第2学年の連立二元一次方程式で「1つの文字を消去して一元一次方程式に帰着させる」と合わせて、生徒が方程式自体の広がりを実感できていることかもしれません。中学校3年間の方程式の学習を振り返ったり、高校での多元高次方程式の学習を見通したりする機会となればと考えます。

≪ACT.1 2次方程式を $x^2+b=ax$ の形で提示して課題意識を高める活動≫



2次方程式 $x^2+32=12x$ の解は、 $x=$ 何と $x=$ 何ですか？

S：んっ？ 計算するより、当てはめて調べたほうが早いかな？

S：あっ！わかった！ $x=4$ と $x=8$ だ。

T：おあ～！早い！ $4^2+32=12\times 4$ ， $8^2+32=12\times 8$ で、正解ですね！

S：そんなに早く見つけられないよ…。

因数分解による解き方では、「2次方程式の左辺が因数分解できるときは…」に焦点化した問題提示になりがちで、生徒によっては少々唐突な感をもたれることがあります。そこで、2次方程式を $x^2 + b = ax$ の形で提示して、因数分解の考えに着目させる活動につなげるようにしてみます。

《ACT.2》帰納的に考える活動で、因数分解の考えに着目させる》

T：では、第2問。 $x^2 + 6 = 5x$ の解は、 $x =$ 何と $x =$ 何ですか？
 時間は10秒。10, 9, 8, …, 1, 0。はい、わかった人？
 S：ええ～！無理！
 S：はい！ $x = 2$ と $x = 3$ です。
 T：正解です。では、3問目。 $x^2 + 8 = 6x$ だったら？ はい、わかった人？
 S：えっ？待って！なんですぐわかるの？
 T：そうですね。そこを考えましょう。
 S：わかったかも…。もしかして…、 $x = 2$ と $x = 4$ ？
 T：どうですか？
 S：いいです！



帰納的に考えさせる活動のポイントは、問題と答えだけ確認して、理由を説明させないで繰り返すこと。1問ごとに挙手する生徒が増えるはず。できれば、なるべく自信のなさそうな生徒を指名して発言させてみましょう。3問目なら、「積が8で、和が6になる2つの数を見つければよい。」と気付けばすぐ解けます。因数分解の考えだと思っていない生徒がいるかもしれませんが、そういう生徒によって学び直しの機会になれば、なおメリットがあるといえるでしょう。気付いた生徒とまだ気付かない生徒が半々ぐらいになったら、グループで教え合わせることも考えられます。

《ACT.3》因数分解の考えと、2次方程式の解をつなぐ拠り所に着目させる活動》

T：第1問で、 $x^2 + 32 = 12x$ の解は、 $x = 4$ と $x = 8$ でしたね。
 実際に、因数分解してみたらどうなるでしょう？
 S： $x^2 + 32 = 12x$
 $x^2 - 12x + 32 = 0$
 $(x - 4)(x - 8) = 0$
 S：あれっ？ -4 と -8 が出てきたよ。
 S：なんでかな？ 解は $x = 4$ と $x = 8$ なのに…。

これでようやく因数分解による解き方の拠り所となる「 $AB = 0$ ならば、 $A = 0$ または $B = 0$ 」の必要性に注目が集まりました。後は、教科書を開いて教えてもかまいません。「 $x - 4 = 0$ または $x - 8 = 0$ 」の2つの1次方程式から解が求められる考え方は、生徒の知的好奇心を十分満足させると思われます。

因数分解による解き方の学習では、どうしても「因数分解して符号を変えればよい」のように誤解してしまう生徒が出てきます。この活動を経験した生徒なら、「あれっ?! A の部分はどこかな? B は?」などと問うことで、思い出すことができるでしょう。



中学校第3学年の教科書では、因数分解による解き方の問1で、ACT.3で指摘したような誤解やつまずきを見通し、「 $x(x - 5) = 0$ 」「 $(x + 1)(2x - 1) = 0$ 」の方程式を取り上げています。これを、技能としての正誤ではなく、因数分解による解き方を理解しているかどうかという視点から、生徒のつまずきを表出させ、その解消を図る機会と捉えるようにすることが大切です。どのような数学的に考える資質・能力を育むのか、それに応じて、主体的・対話的な学びを通して、深い学びの実現を図るようにすることが大切です。