

第3学年 1章 多項式



・文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明すること（イの(イ)）

速算法まで予想すると、説明の見通しがもてる?! 逆思考で考える活動と説明を振り返って考える活動

<本時の内容>

- ◇数や文字を使った式の説明に着目して考察し、
- ◇数の性質を予想したり説明の見通しをもったりする数学的活動を通して、
- ◇説明に用いた式の変形を振り返り、数についての新たな性質を読み取ることができる。



<本時の評価規準の設定例>

- ・説明に用いた式の変形を振り返り、数についての新たな性質を読み取ることができる。

<参考> 単元テスト例

【問題】 2つの続いた整数では、大きい数の平方から小さい数の平方をひいたときの差は、どんな数になるか予想しなさい。
また、それが成り立つことを証明しなさい。

$$\begin{aligned}1^2 - 0^2 &= 1 - 0 = 1 \\2^2 - 1^2 &= 4 - 1 = 3 \\3^2 - 2^2 &= 9 - 4 = 5\end{aligned}$$

ゆうとさんは、この【問題】について次のように予想し、説明しました。



【予想】

2つの続いた整数では、大きい数の平方から小さい数の平方をひいたときの差は、奇数になる。

【説明】

2つの続いた整数は、整数 n を使うと、 n 、 $n+1$ と表される。
このとき、大きい数の平方から小さい数の平方をひいたときの差は、
$$(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$$
 となる。
 n は整数だから、 $2n+1$ は奇数である。

したがって、

2つの続いた整数では、大きい数の平方から小さい数の平方をひいたときの差は、奇数になる。

さくらさんは、この【説明】を読み、次のように話しています。

式の最後の部分 $2n+1$ をみると、「奇数」のほかにいえることがわかります。
ゆうとさんの【予想】を変えてもいいですか？



2つの続いた整数で、大きい数の平方から小さい数の平方をひいたときの差について成り立つ性質を、ゆうとさんの【予想】の「奇数」の部分を変えて、書きなさい。

これは、第2学年の学習を踏まえ、説明に用いた式の変形を振り返り、数についての新たな性質を読み取ることができるかをみるものです。「B図形」領域における「証明を読んで新たな性質を見いだすこと」と関わる内容で、統合的・発展的に考える力を養うためのよい機会としたいところです。

また、中学校学習指導要領解説数学編（平成29年7月、文部科学省）では、「 $13^2 - 12^2$ 」を例に挙げて、「 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 」を活用して「 $(13+12)(13-12)$ 」として計算し、因数分解の方法の理解を深めるために数の計算と関連付けて、そのよさを実感できるようにすることについても示しています。

《ACT.1 帰納的な思考で、速算法として予想する活動》

T：2つの続いた整数で、大きい数の平方から小さい数の平方をひいた差を求めることにします。

例えば、どんな計算が考えられますか？

S：2と3で、 $3^2 - 2^2$ だと、差は $9 - 4$ で、5になる。

T：そういう感じです。あとは？

S：3と4で、 $4^2 - 3^2$ だと、差は $16 - 9$ で、7になる。

T：では、8と9なら、大きい数の平方から小さい数の平方をひいた差はいくつ？



わかった！ 8と9なら、たぶん17！



えっ？！ なんですぐわかるの？

T：確かめてみましょうか。8と9で、 $9^2 - 8^2$ だと、差は $81 - 64$ で、17になる。正解です！

S：あっ！ わかったかも…。

T：よし、じゃあ、12と13なら？ わかった人？

S：ハイ！ ハイ！ ハイ！

全国学力・学習状況調査の結果から、文字式を使った説明では、説明の中で目的に応じて式を変形することに課題があることが明らかになっています。したがって、数の性質について取り上げる際には、説明する結論を予想させることだけを目的とせず、速算法として予想させて、式変形の見通しをもたせる活動とすることが考えられます。



本問題を使って指導する場合、例えば、「2つの続いた整数で、大きい数の平方から小さい数の平方をひいた差は、その2数の和になる。」まで予想させてみます。そうすると、逆思考で、文字式で調べたときに「 $n + (n + 1)$ 」と変形できるかがゴールになることや、その直前の計算結果が「 $2n + 1$ 」になればよいことなどについて見通せるようになると考えられます。

《ACT.2 予想を生かして説明の見通しをもたせる活動》

T：2つの続いた整数を n 、 $n + 1$ と表すとき、みんなの予想はどうすれば説明できるかな？

S： $(n + 1)^2 - n^2$ が $n + (n + 1)$ になればよいということだと思います。

S：ということは、 $n + (n + 1) = 2n + 1$ だから、 $(n + 1)^2 - n^2$ を計算したときに、 $2n + 1$ になればよいってことね。

T：じゃあ、その見通しを生かして、説明してみましょう。

このような活動を通して、目的に応じて式を変形することについてより深く学ぶ経験をさせた上で、習熟を図る際に、徐々に授業者の指示や発問を減らし、生徒が自ら予想し、説明の見通しをもてるようにしていくことが大切です。第1学年「文字と式」や第2学年「式の計算」の学習も含め、数と式の領域の系統性を生かして指導に当たるようにしましょう。

そして、数学的な見方・考え方が豊かになった生徒たちが、本問題のような「説明を読んで新たな性質を見いだすこと」についても主体的に取り組めるようにすることが大切です。



中学校第3学年の教科書では、「2つの続いた奇数の積に1を加えると、どんな数になる？」で数の性質を予想し、証明して調べる活動を取り上げています。本問題と同様に、証明を読んで新たな性質を見いだす展開になっています。このような問題解決の方法を生徒が理解していることも大切です。予想の段階で帰納的に速算法を見いださせることもできます。もちろん、数の性質によっては、速算法として予想できない場合も考えられるので、第2学年までの学習状況を踏まえ、生徒の実態に応じた授業展開を考えることが大切です。