

第1学年 4章 比例と反比例



・比例，反比例の変化や対応の特徴を見いだすこと（イの（7））

表、式、グラフを相互に関連付ける活動は一石三鳥?! 確率 16 分の 1 の○×クイズを全問正解せよ!

<本時の内容>

- ◇表，式，グラフを相互に関連付けて考え，
- ◇比例する二つの数量の変化や対応について調べる数学的活動を通して，
- ◇比例の特徴を理解している。



<本時の評価規準の設定例>

- ・比例の特徴を理解している。

<参考> 平成 24 年度全国学力・学習状況調査 中学校数学 A 9 (1)

これは， y が x に比例するときの比例定数の意味を理解しているかをみるもので，岩手県 47.0% (全国 54.2%) という正答率でした。

報告書等によると，イを選択した解答類型 2 の反応率が岩手県 16.7% (全国 14.1%)，ウを選択した解答類型 3 の反応率が岩手県 24.2% (全国 21.2%) でした。これらの中には，比例と比例定数の意味や性質の理解が十分ではない生徒や， x と y の関係をイメージできない生徒がいると考えられます。

(1) y が x に比例し，比例定数が 3 のとき， x の値とそれに対応する y の値について，下のアからエまでの中から正しいものを 1 つ選びなさい。

- ア x の値と y の値の和は，いつも 3 である。
- イ y の値から x の値をひいた差は，いつも 3 である。
- ウ x の値と y の値の積は，いつも 3 である。
- エ x の値が 0 でないとき， y の値を x の値でわった商は，いつも 3 である。

≪ ACT.1 本問題を提示して意味理解の状況を確認する活動 ≫

T : y が x に比例し，比例定数が 3 のとき，下のアからエまでのそれぞれについて，正しいものには○，そうでないものには×をそれぞれ付けましょう。

→一人1台端末を活用して，生徒のつまづきを表出させて指導に生かしたり，学級全体の考えを共有したりすることが考えられます。

- ア x の値と y の値の和は，いつも 3 である。
- イ y の値から x の値をひいた差は，いつも 3 である。
- ウ x の値と y の値の積は，いつも 3 である。
- エ $x \neq 0$ のとき， y の値を x の値でわった商は，いつも 3 である。

T : 4 つを直観でクリアする確率は，16 分の 1 です。よく考えて○，×をつけましょう。

ICT 活用
チャンス!

すると，本調査結果から，イやウを○とする生徒が出てくることが想定されます。



ところで， y が x に比例し，比例定数が 3 です。比例定数が 3 ってどういうこと？
このことからわかる比例の特徴を挙げてみましょう。

- S : $y = 3x$ の式で表される。
- S : x の値が 1 ずつ増えると， y の値が 3 ずつ増える。
- S : $y \div x$ の商が 3 で一定になる。



このとき，「 $y = 3x$ の式で表される」だけで終わると，式の特徴にとどまってしまう，式も表も示されない本問題にとまどう生徒が出てくると考えられます。そこで，小学校での既習事項を踏まえて，複数の特徴を関連付けて取り上げるようにすることが考えられます。

《ACT.2》表の特徴を基にして、 $O \times$ の理由を話し合う活動》

比例や反比例の関係を簡潔に表現し厳密に考察するには、式による表現が有用ですが、表やグラフのほうが視覚的にイメージしやすい良さもあります。学習が進むにつれて、「 x の値が1ずつ増えると、 y の値が3ずつ増える。」という特徴が、グラフでいうと「ある点から x 軸の正の方向に1進むと、 y 軸の正の方向に3進む。」といえることなど、表、式、グラフを関連付けて考える数学的な見方・考え方を働かせながら、比例や反比例の特徴について理解できるようにすることが大切です。

単元のまとまりを見通して、常に表、式、グラフを相互に関連付けながら学びが深まるようにしていくと、グループでこのような対話的な学びが実現するようになるのではないのでしょうか。

S：なんで、イが $\times$ なの？

S：私は、ウが O だと思ったんだよね。

だって、 y が x に比例し、比例定数が3だから、こんな表になるよね。

x	...	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	-6	-3	0	3	6	9	12	...

これなら、 y の値から x の値をひいた差が3にならないことがすぐわかるよ。



S：っていうか、式でばかり考えていたけど、表のほうがわかりやすいかも…。

S：確かに。積は3になるところもあるけど、ならないところもたくさんあるし…。



しかも、式から表、表から式のような技能が自然に活用されますから、わざわざドリルに時間をかけなくても習熟を図ることができて、一石二鳥です。課題が継続している関数領域ですが、他の様々な問題についても改善が見込まれるので、実は一石三鳥かもしれません。

関数が得意な生徒（教員も含め）にとっては、式、表、グラフを相互に関連付けて考えることはとても自然なことでしょう。式を使って問題を解くときも、きっと頭の中に表やグラフのイメージがあるはずです。だから、式による表現を主にして学習を進められていくのだらうと思います。ところが、関数の苦手な生徒にとっては、この表、式、グラフの関連こそが、関数がわかりにくくなる要因になることもあります。

そして、「じゃあ、比例定数が-3だったら？」などと、本問題の条件を変えていくことで、「比例は、 x の値が増加すれば、 y の値はいつも増加する。」のような誤解を解消する機会にすることも考えられます。

《ACT.3》新しい関数を学習したら、それぞれの関数の特徴を整理する学び直しの機会を》

比例、反比例だけでなく、一次関数、関数 $y=ax^2$ 、…と関数の学習が進んでいくと、それぞれの関数の特徴がゴチャゴチャになり、学習内容が増えるにつれて定着度が下がってしまうことがあります。学習指導に当たっては、例えば、反比例を学習したら、比例と反比例の特徴について学び直しの機会を位置付けて、単に復習するだけではなく、特徴の似ている点や異なる点を整理する活動を取り入れることが考えられます。第2学年で一次関数を学習する際にも、比例や反比例、一次関数の特徴についてまた整理し直すといった感じです。もちろん、その際も、表、式、グラフを相互に関連付けることを忘れずに。

中学校第1学年の教科書では、「上の比例の式($y=ax$)のなかの文字 a は定数であり、比例定数という。」と太字で示しています。用語としてはそうですが、その次の「 y が x に比例し、 $x \neq 0$ のとき、 $\frac{y}{x}$ の値は一定で、比例定数に等しい。」と示してある意味理解のほうについては小学校で既習なこともあり、あっさり扱われがちです。そこで、**ACT.1**のように、この特徴を式と表の両方でイメージできているかを一度生徒に投げかけて確認し、次時以降の $y=ax$ の式で比例を判断したり比例定数を求めたりといった活動に進むようにしたいものです。

比例の式やグラフを学習するというよりは、式やグラフで表現することを通して比例の特徴を学習することをねらいとして、表を含めた3つが相互に関連付けられて意味理解が深まるようにしましょう。

