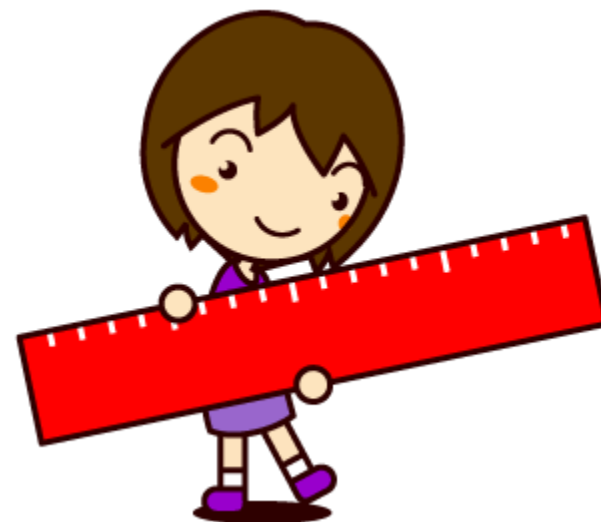


# 平成25年度 全国学力・学習状況調査の 結果を活かした授業改善に向けて

## — 算数・数学 —



岩手県教育委員会  
盛岡教育事務所

# 本リーフレットの活用にあたって

## 1 作成の目的

全国学力・学習状況調査は、次のような調査目的を持って実施されています。

- ① 義務教育の機会均等と水準の維持向上の観点から、全国的な児童生徒の学力や学習状況を把握・分析し、教育施策の成果と課題を検証し、その改善を図る
- ② 学校における児童生徒への教育指導の充実や学習状況の改善等に役立てる
- ③ 以上のような取組を通じて、教育に関する継続的な検証改善サイクルを確立する

そこで、上記の全国学調の目的の達成に向けて、これまでの盛岡教育事務所としての教育施策の成果と課題を検証し、その課題の改善を図るため、リーフレットを作成することにしました。作成にあたっては、各学校における教育指導の充実、学習状況の改善に向けた「授業改善」にすぐに役立つこと、各学校におけるPDCAサイクルの「アクション【改善】」の参考資料として、国の報告書、「授業アイディア例」の活用を促し効果的なPDCAサイクルの確立に貢献できることを目指し作成しました。

なお、巻末に参考例として「全国学調取組PDCAサイクル図」、「全国学調取組PDCAサイクル表」を掲載しています。学校体制の取組と学級担任・教科担任の取組の例として、各校の全国学調への取組計画策定の参考になれば幸いです。

## 2 作成方針

次の5点により作成しました。

- ① あくまで国の報告書、授業アイディア例の活用を学校に期待するもので、そのための「意識化」、「取りかかり」の材料としての役割を担うものであること。
- ② 問題そのものの事後指導、重点指導のための資料ではなく、その他の学習内容でも転移可能なように、他学年、単元でも活用できる資料内容であること。
- ③ 具体的な発問や投げかけの形に表現して、「すぐに使える」資料として活用できるようにすること。
- ④ ビジュアル化を図り、短時間で授業のポイントをつかむことができるようにすること。
- ⑤ 授業設計のアイディアはもちろん、実際に授業中に子供とどうかかわり展開していくかという授業構成についてのアイディアを提案すること。

### 3 リーフレットの内容

全国学力・学習状況調査の調査結果を活かした授業改善に向けて H25報告書74ページ～

小学校 B問題  
4(3) 情報の解釈と筋道を立てた表現(サッカー)

③ ひろきさんは、町内のサッカー大会に参加しました。  
町内には、東、西、南、北の4つのチームがあり、ひろきさんのチームは北チームです。1つのチームは、1試合ごとに、勝つと3点、引き分けると1点です。全部で6試合しました。  
順位を決め方は下記のとおりです。

順位決め方

- ・勝ち点の合計が高いチームを上位の順位にします。
- ・勝ち点は、1試合ごとに、勝つと3点、引き分けると1点です。

勝ち点の合計を求める式

$$3 \times \text{勝った試合の数} + 1 \times \text{引き分けした試合の数}$$

- ・勝ち点の合計が同じときは、勝った試合の数が多いチームを上位の順位にします。

試合結果

チーム	勝った試合の数	引き分けした試合の数	負けた試合の数	勝ち点の合計(点)
東	2	4	0	10
西	1	2	3	5
南	2	2	2	8
北	3	0	3	

北チームの順位は何位ですか。「勝ち点の合計を求める式」をもとに式を書き、勝ち点の合計と順位を書きましょう。

【出題の趣旨】  
示された式に数値を当てはめて計算し、計算の結果の大きを基に判断することができる。

【学習指導要領における領域・内容】  
第4学年D(2)

【評価の観点】  
数学的な考え方

【正答率】  
埼玉県 46.3%  
全国 50.6%

授業改善の視点  
数量の関係を「言葉の式」に表現したり、「言葉の式」に数値を当てはめて具体的な場面との対応を確かめる活動を取り入れ、「言葉の式」を課題解決に有効に活用できるようにしていくこと。

全国学調の報告書、授業アイデア例の関連ページの紹介です。ぜひ、本リーフレットと併せて国の資料も十分に活用して授業改善に取り組んでください。

取り上げた全国学調問題の出題の趣旨、学習指導要領との関連、評価の観点、平均正答率(全国、県)を紹介しています。

授業改善の実践にあたっての視点を示しました。紹介している授業場面だけでなく、その他の時間にも通じる視点です。

授業改善の例  
第3学年「かけ算の筆算(1)」  
東京書籍「新しい算数3下」p102

4 1こ75円のおかしが、1箱に5こずつ入っています。  
2箱買うと、代金はいくらですか。

「いろいろな考えで代金を求めましょう。」

1箱がいくらくらゐるかを、先に求めました。  
 $75 \times 5 = 375$   
 $375 \times 2 = 750$   
答え 750円

おしらのこ数を、先にもとめました。  
 $5 \times 2 = 10$   
 $75 \times 10 = 750$   
答え 750円

「たくみさんの考えを言葉の式に表してみましょう。」  
1この値段  $\times$  1箱の個数 = 1箱の値段  
1箱の値段  $\times$  箱の数 = 代金

「同じ言葉があるね。つなげて代金を求める式を1つの式に表しましょう。」  
1この値段  $\times$  1箱の個数  $\times$  箱の数 = 代金

「言葉の式に数を入れて正しく代金を求めることができるか確かめましょう。」  
 $75 \times 5 \times 2 = 750$   
1箱の値段をまとめると  $(75 \times 5) \times 2 = 750$

「みほさんの考えも同じように言葉の式に表してから1つの式に表してみましょう。」

【言葉の式】に表現する活動を使います。

【言葉の式】の同じ言葉に着目させ、1つの式に表現させる。

【言葉の式】に数値を当てはめて式が適切か確かめる。

たくみの考えを適用してみほの考え方を1つの式に表現させる。

「言葉の式」に表現したり、「言葉の式」に数値を当てはめて課題解決したりする活動を取り入れた指導

紹介する授業改善の例の指導の要点を示しました。

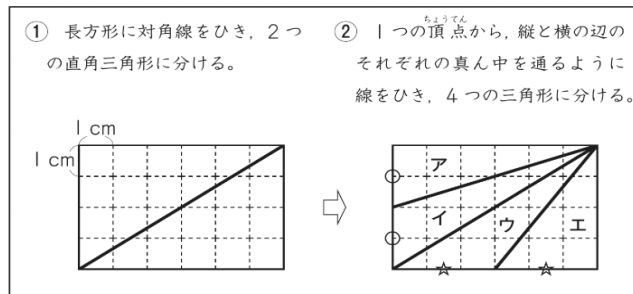
授業改善に向けて有効な発問例を示しました。児童・生徒の実態より違ってきますので、意図を活かして実態に応じた工夫が必要です。

発問例のねらい、意図、留意点、今後の展開などを示しました。

### 3 (2) 図形の観察と判断の根拠の説明（四角形の4等分）

(2) たかしさんは、下のような分け方を考えました。

たかしさんの分け方



三角形ア、イ、ウ、エは、もとの長方形の面積の半分の半分になっているのかな。

たかし

たかしさんの分け方を見て、なおみさんが次のように言いました。

三角形ウとエは、☆の部分を底辺とすると、どちらも底辺が3 cm、高さが4 cmです。

だから、三角形ウとエの面積は等しくなります。



なおみ

たかしさんは、なおみさんの説明を聞いて、三角形アとイの面積も等しくなることに気がつきました。

三角形アとイの面積が等しいことを、言葉と数を使って書きましょう。

#### 【出題の趣旨】

図形を観察し、示された事実を基に、二つの三角形の面積が等しくなることを数学的に表現する。

【学習指導要領における領域・内容】

第5学年B(1)ア

【評価の観点】

数量や図形についての知識・理解

【正答率】

岩手県 44.4%

全国 42.7%

#### 授業改善の視点

具体的な表現（操作、図など）と算数的に抽象化された表現（数、式など）をつなぐ部分を大切にすること。

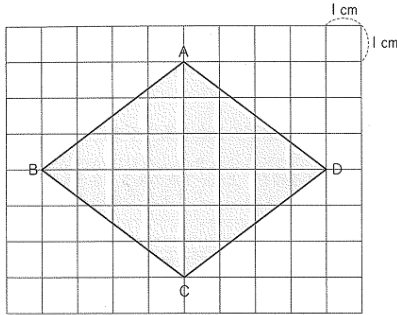
# 授業改善の例

図と数式（具体的表現と抽象的表現）をつなぐ発問を意識的に取り入れた指導

第5学年「面積の求め方を考えよう」東京書籍「新しい算数5下」p.44

3

下のひし形ABCDの面積の求め方を考えましょう。



「ひし形はどんな特徴をもつ形ですか。」

ひし形の特徴（4辺が等しい、向かい合う辺が平行、対角線が直交）を確認する。

「ひし形をどのような形に変えれば面積を求めることができますか。」

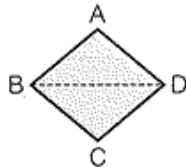
面積を求めるには、既習の図形に変形して考えればよい、という見通しをもつ。

算数（数学）は、具体的操作、言葉、数、式、図、表、グラフなどを用いて考えを表現します。日常の指導で発問の視点を工夫することで、子どもたちの算数の言語活動が豊かになります。



かおり

2つの三角形に分けて…。

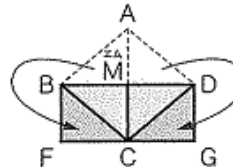


$$8 \times 3 \div 2 \times 2$$



みつほ

長方形に形を変えて…。

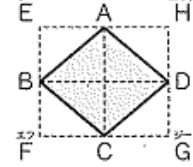


$$8 \times (6 \div 2)$$



ひろき

長方形の半分と見て…。



$$6 \times 8 \div 2$$

①【図（具体）→数式（抽象）】  
「この図の考え方を式にするとどうなりますか。」

子どもたちのノートに教科書のように図と式が書かれてあっても、図→式と発問により節目を付けて確かめる。

②【数式（抽象）→図（具体）】  
「（式のみ先に示して）～さんはどのようにひし形の形を変えて考えていますか。」

誰も考え付いていない式、最も簡単な式、公式につながる式などを取り上げると効果的。

③【一般化】  
「ひろきさんの式から、ひし形の面積を計算で求める方法を考えましょう。」

「似ていることは…」と曖昧な発問ではなく、公式につながる考え方にしぼり全員で考えさせる。

小学校 B問題

4 (3) 情報の解釈と筋道を立てた表現 (サッカー)

(3) ひろきさんは、町内のサッカー大会に参加しました。

町内には、東、西、南、北の4つのチームがあり、ひろきさんのチームは北チームです。1つのチームは、ほかのチームと2試合ずつ行い、全部で6試合しました。

順位の決め方は下のとおりです。

順位の決め方

- ・勝ち点の合計が高いチームを上順位にします。
- ・勝ち点は、1試合ごとに、勝つと3点、引き分けると1点です。

勝ち点の合計を求める式

$$3 \times \text{勝った試合の数} + 1 \times \text{引き分けた試合の数}$$

- ・勝ち点の合計が同じときは、勝った試合の数が多いチームを上順位にします。

【出題の趣旨】

示された式に数値を当てはめて計算し、計算の結果の大小を基に判断することができる。

【学習指導要領における領域・内容】

第4学年D(2)

【評価の観点】

数学的な考え方

【正答率】

岩手県 46.3%  
全国 50.6%

試合結果

チーム	勝った試合の数	引き分けた試合の数	負けた試合の数	勝ち点の合計(点)
東	2	4	0	10
西	1	2	3	5
南	2	2	2	8
北	3	0	3	

北チームの順位は何位ですか。「勝ち点の合計を求める式」をもとに式を書き、勝ち点の合計と順位を書きましょう。

授業改善の視点

数量の関係を「言葉の式」に表現したり、「言葉の式」に数値を当てはめて具体的な場面との対応を確かめる活動を取り入れ、「言葉の式」を課題解決に有効に活用できるようにしていくこと。

# 授業改善の例

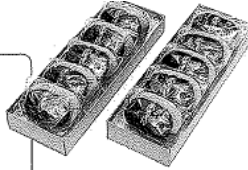
第3学年「かけ算の筆算(1)」

東京書籍「新しい算数3上」p102

「言葉の式」に表現したり、「言葉の式」に数値を当てはめて課題解決したりする活動を取り入れた指導

4

1こ75円のおかしが、1箱に5こずつ入っています。  
2箱買うと、代金はいくらですか。



求めることは「代金」で、そのために分かっていることが、「1この値段」、「1箱の個数」、「箱の数」であると、【言葉の式】につながる形で捉えさせる。

「いろいろな考えで代金を求めましょう。」



1箱がいくらになるかを、先にもとめました。  
 $75 \times 5 = 375$   
 $375 \times 2 = 750$   
答え 750円



おかしのご数を、先にもとめました。  
 $5 \times 2 = 10$   
 $75 \times 10 = 750$   
答え 750円

【言葉の式】に表現する活動を促す。

「たくみさんの考えを言葉の式に表してみよう。」

1この値段 × 1箱の個数 = 1箱の値段

1箱の値段 × 箱の数 = 代金

「同じ言葉があるね。つなげて代金を求める式を1つの式に表しましょう。」

1この値段 × 1箱の個数 × 箱の数 = 代金

「言葉の式に数を入れて正しく代金を求めることができるか確かめよう。」

$$75 \times 5 \times 2 = 750$$

$$1\text{箱の値段をまとめると } (75 \times 5) \times 2 = 750$$

「みほさんの考えも同じように言葉の式に表してから1つの式に表してみよう。」

たくみの場合を活用してみほの考え方を1つの式に表現させる。

【言葉の式】の同じ言葉に着目させ、1つの式に表現させる。

【言葉の式】に数値を当てはめて式が適切か確かめる。

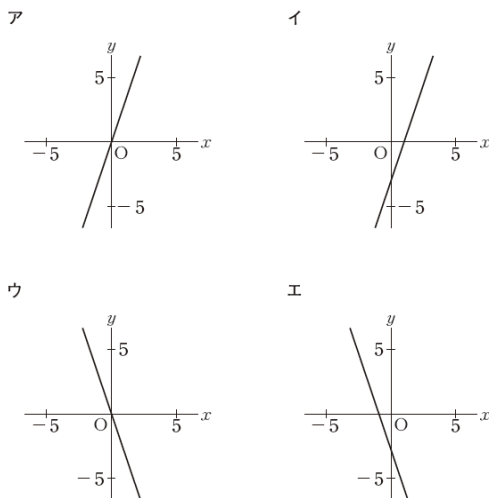
中学校 A問題 関数領域

10(3)・11(2) 1次関数の表・式・グラフについての理解

(3) 下の表は、 $y$ が $x$ に比例する関係を表しています。

$x$	...	1	2	3	4	...
$y$	...	-3	-6	-9	-12	...

下のアからエまでの中に、上の表の $x$ と $y$ の関係を表すグラフがあります。正しいものを1つ選びなさい。



(2) 下の表は、ある一次関数について、 $x$ の値と $y$ の値の関係を示したものです。この一次関数の変化の割合を求めなさい。

$x$	...	-2	-1	0	1	2	...
$y$	...	-9	-4	1	6	11	...

【出題の趣旨】

10(3) 比例の表とグラフの関係を理解している

【学習指導要領における領域・内容】

第1学年C関数(1)ーエ

【評価の観点】

数量や図形などについての知識・理解

【正答率】

岩手県 44.6% 全国 52.5%

【出題の趣旨】

11(2) 一次関数の表から変化の割合を求めることができる

【学習指導要領における領域・内容】

第2学年C関数(1)ーイ

【評価の観点】

数学的な技能

【無答率】岩手県 29.3% 全国 23.7%

【正答率】岩手県 38.3% 全国 42.4%

授業改善の視点

・表・式・グラフを単独で用いるのではなく、相互に関連付けて1次関数の特徴を見出すことができるよう、意識して指導すること。



# 授業改善の例

問題解決場面で、「表」、「式」、「グラフ」を相互に関連付けて、「1次関数の特徴」の理解を図る指導

第2学年「1次関数」東京書籍「新しい数学2」p69

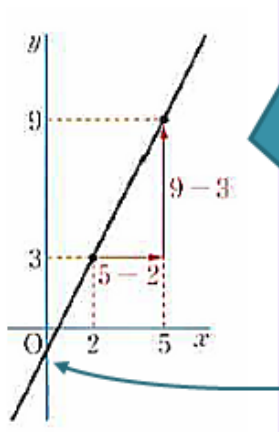
**例3**  $y$ が $x$ の1次関数で、そのグラフが2点(2, 3), (5, 9)を通るとき、この1次関数を求めなさい。

「式を用いて、1次関数を求めましょう。」

求める1次関数を  $y = ax + b$  とする。  
 2点(2, 3), (5, 9)を通ることから  
 $x = 2$  のとき  $y = 3$  である。したがって  
 $3 = 2a + b$  …… ①  
 $x = 5$  のとき  $y = 9$  である。したがって  
 $9 = 5a + b$  …… ②

「連立方程式を用いた求め方」だけでなく、「グラフ」、「表」を用いた解決を促す。

「グラフを用いて、1次関数を求めましょう。」

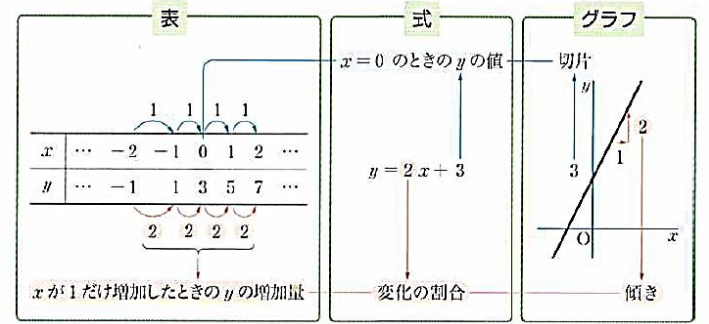


2点(2, 3), (5, 9)を通るから、  
 グラフの傾きは  $\frac{9-3}{5-2} = 2$   
 したがって  $y = 2x + b$   
 グラフが点(2, 3)を通るから、  
 上の式に  $x = 2, y = 3$  を代入すると  
 $3 = 2 \times 2 + b$   
 $b = -1$       答  $y = 2x - 1$

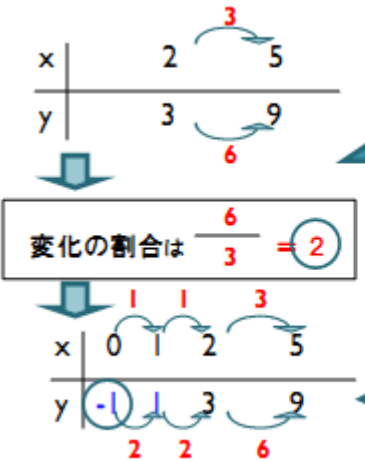
$x$ の増加量が1のとき、 $y$ の増加量が2であることを利用して、グラフから切片を求めることも可能です。

p62の学習を活用して・・・

$y = 2x + 3$  を例に、表、式、グラフの関係をまとめると次のようになる。



「表を用いて1次関数を求めましょう。」



$x$  | 2 | 5  
 $y$  | 3 | 9

変化の割合は  $\frac{6}{3} = 2$

$x$  | 0 | 1 | 2 | 5  
 $y$  | -1 | 1 | 3 | 9

1次関数の「表」をつくり、変化の割合をよみとる。

変化の割合を基にして、「表」に示されていない値を求める。

## 中学校 A問題

### 14 (1) 平均値の意味・ヒストグラム

14 次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) ある学級の生徒35人がハンドボール投げを行いました。この35人のハンドボール投げの記録の平均値は21mでした。このとき必ずいえることを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

ア 35人の記録のうち、最も度数が大きいのは21mである。

イ 35人の記録の合計を35でわると、21mである。

ウ 35人の記録のうち、最高の記録と最低の記録の差は21mである。

エ 35人の記録を大きい順に並べると、大きい方から18番目の記録が21mである。

#### <参考資料>平成23年度調査A13(2)

(2) ある学級の生徒35人が100点満点の試験を受けました。得点の中央値は50点でした。このとき必ずいえることが下のアからエまでの中にあります。それを1つ選びなさい。

ア 35人の得点の最高点と最低点の差は50点である。

イ 35人のうち、50点の得点の人数が最も大きい。

ウ 35人の得点の合計を35で割ると、50点である。

エ 35人の得点を高い順に並べたとき、高い方から18番目の人の得点が50点である。

#### 【出題の趣旨】

平均値は、資料個々の値の合計を資料の個数でわった値であることを理解しているかどうかをみる。

【学習指導要領における領域・内容】

第1学年D資料の活用

【評価の観点】

数量や図形などについての知識・理解

【正答率】

岩手県 73.7%

全国 78.0%

#### 授業改善の視点

代表値や範囲がヒストグラムや度数分布表にどのように表れているか調べ、資料の傾向を捉え、説明する場面を設定すること。

# 授業改善の例

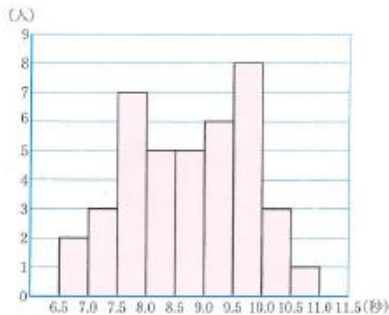
資料の傾向を捉え、判断した理由を数学的な表現を用いて説明できるようにする指導

## 第1学年「資料の活用」東京書籍「新しい数学1」P.210

ゆうとさんは、クラス40人の50m走の記録に傾向があるか調べることにした。

特徴を読み取る  
＝事柄を説明する  
言語活動

問1 下の図は、ゆうとさんのクラス40人の50m走の記録を、ヒストグラムに表したものです。このヒストグラムから、どんな特徴があるといえますか。

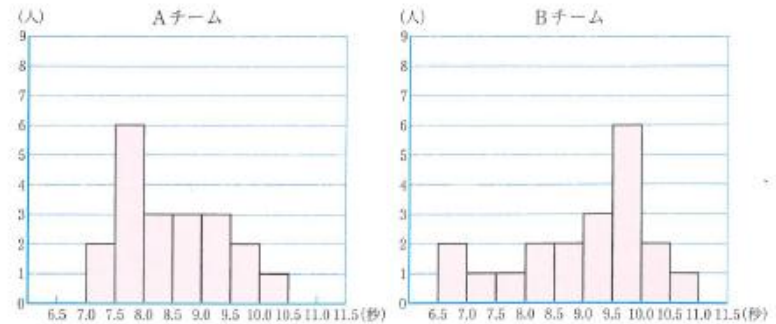


こんな形になるのはなぜかな？



特徴を比較して判断する  
＝理由を説明する  
言語活動

問2 ゆうとさんは、番号の1番～20番をAチーム、21番～40番をBチームとして分けてみました。下の図は、その2チームの50m走の記録を、それぞれヒストグラムに表したものです。2つのヒストグラムを比べて、わかることをいいなさい。



「平均値はP.210の資料で、8.7秒と分かっています。」  
「でも、平均値を含む階級よりも、高いところがある。」  
「最頻値は遅いけど、速いところにも1つ山がある。」

「名簿順にわけた2チームには、どんな特徴があるのかな？」  
「Bチームのほうが速そうだ。」  
「Bチームが速いと、どうしていえますか？代表値を使って理由を説明しましょう。」  
「中央値を含む階級が…。」「最頻値が…。」

平成25年度岩手県中学校学習定着度状況調査2年数学の分析から特に「中央値」「相対度数」について丁寧に指導する必要があると考えられます。

- 中央値の意味を正しく理解している。  
岩手県正答率 8.4% 無解答率 17.2%
- 度数分布表や相対度数の表から、ある階級の相対度数を求めることができる。  
岩手県正答率 50.3% 無解答率 22.4%
- 代表値や度数分布表・相対度数について理解し、資料についての正しい意見を選ぶことができる。  
岩手県正答率 43.0% 無解答率 13.2%

Point!

平成25年度全国学調A14(1)と同じ構造で、平成23年度全国調査A13(2)で「中央値」を問う問題が出題されています。

全国学調や県学調の問題を授業や期末テストなどの評価問題に位置付け、「最大値」「平均値」「最頻値」「中央値」「範囲」などの意味を理解しているかどうか確認しましょう。

## 中学校 A問題

### 15 確率の意味と求め方

15 次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 表と裏の出方が同様に確からしい硬貨があります。この硬貨を投げる実験を多数回くり返し、表の出る相対度数を調べます。このとき、相対度数の変化のようすについて、下のアからエまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア 硬貨を投げる回数が増えるにつれて、表の出る相対度数のばらつきは小さくなり、その値は1に近づく。

イ 硬貨を投げる回数が増えるにつれて、表の出る相対度数のばらつきは小さくなり、その値は0.5に近づく。

ウ 硬貨を投げる回数が増えなくても、表の出る相対度数のばらつきはなく、その値は0.5で一定である。

エ 硬貨を投げる回数が増えなくても、表の出る相対度数の値は大きくなったり小さくなったりして、一定の値には近づかない。

(2) 大小2つのさいころがあります。この2つのさいころを同時に投げるとき、出る目が両方とも1になる確率を求めなさい。ただし、どちらのさいころも1から6までの目の出方は、同様に確からしいものとします。

#### 【出題の趣旨】

(1)「ある試行を多数回繰り返したとき、全体の試行回数に対するある事象の起こる回数の割合は、ある一定の値に近づく」ことを理解しているかどうかをみる。

(2)起こり得る場合を樹形図や二次元の表などを利用して整理し、確率を求めることができるかどうかをみる。

【学習指導要領における領域・内容】  
第2学年D(1)ア

#### 【評価の観点】

(1)数量や図形などについての知識・理解

(2)数学的な技能

#### 【正答率】

(1) 岩手県	32.9%
全 国	33.1%
(2) 岩手県	38.5%
全 国	53.8%

## 授業改善の視点

確率を求めることに重点が置かれることが多いが、**確率の意味**について理解できるようにする指導や**起こり得る場合を実際にかく**よう指導することを丁寧に扱うこと。

# 授業改善の例

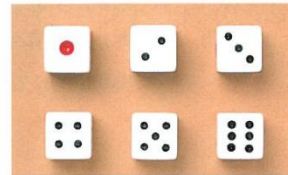
確率の意味について実験を通して体験的に理解できる活動や二次元の表を用いて確率を求める活動を取り入れた指導

## 第2学年「確率」東京書籍「新しい数学2」p148~149, 159

●●●● ことからの起こりやすさを、数で表すことを考えてみよう。

Q さいころを投げるとき、次の㊷、㊸のうち、どちらが起こりやすいと考えられるでしょうか。

㊷ 1の目が出る    ㊸ 偶数の目が出る



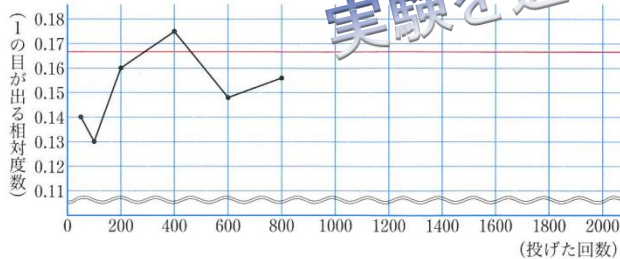
続けて2ばかりが出るよ！

6回投げたときに必ず1が1回出るわけではないんだね！

どうすれば確かめることができますか？

実験を行い、その結果を記録する場面を設定する。

前ページの実験の結果を折れ線グラフで示すと、下の図のようになる。



実験を通して...

実験した結果について考察する場面を設定する。

投げた回数が多くなると相対度数はどうなるかな？  
投げた回数が少ないときは.....？

問2 問1の結果をもとにして、上のグラフを完成させなさい。  
また、グラフからわかることをいいなさい。

多数回投げることによって1の目が出る相対度数が0.166...に近づくことを体験的に理解させる。

●●●● やや複雑な確率について、表を利用して考えてみよう。

例2 大小2つのさいころを投げるとき、出た目の数の和が5となる確率を求めなさい。

表を利用して...

大	小	2	3	4	5	6	
1	1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	1	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	1	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	1	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	1	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	1	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

落ち (=足りないもの) や重なり (=同じもの) がないように調べるいい方法は？

二次元の表を利用して、起こり得る全ての場合の数が36通りあることや目の数の和が5となる場合が4通りあることを見だし、確率を求める活動を取り入れる。

中学校 B問題

2 発展的に考え、予想すること（位を入れかえた数）

2 大輝さんは、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差がどんな数になるかを調べています。

調べたこと

41 のとき  $41 - 14 = 27 = 9 \times 3$   
 53 のとき  $53 - 35 = 18 = 9 \times 2$   
 28 のとき  $28 - 82 = -54 = 9 \times (-6)$

上の調べたことで、2つの数の差が9と整数の積になっていることから、大輝さんは、次のことを予想しました。

予想

2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は、9の倍数になる。

77のときは、  
 $77 - 77 = 0 = 9 \times 0$   
 予想どおり、このときも9の倍数になっている。



次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 前ページの予想がいつでも成り立つことを説明します。下の説明を完成しなさい。

9の倍数であることを説明するには、9と整数の積になることをいえばいいんだ。



説明

2けたの自然数の十の位の数を $x$ 、一の位の数を $y$ とすると、2けたの自然数は、 $10x + y$ 、十の位の数と一の位の数を入れかえた数は、 $10y + x$ と表される。したがって、それらの差は、

$$(10x + y) - (10y + x) =$$

(2) 大輝さんは、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和は、どんな数になるかを考えてみたいと思い、いくつかの場合を調べました。

21 のとき  $21 + 12 = 33$   
 35 のとき  $35 + 53 = 88$   
 48 のとき  $48 + 84 = 132$   
 ⋮ ⋮

これらのことから、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和について、どのようなことが予想できますか。前ページの予想のように、「～は、～になる」という形で書きなさい。

【出題の趣旨】

事柄が成り立つ理由を、示された方針に基づいて説明することができる。

発展的に考え、予想したことがらを説明することができる。

【学習指導要領における領域・内容】

第2学年A(1)

【評価の観点】

数学的な考え方

【正答率】

(1) 岩手県 30.2%  
 全国 37.3%  
 (2) 岩手県 30.6%  
 全国 38.0%

授業改善の視点

生徒自らが事柄を予想し確かめる活動や問題を解決した後新たな事柄を見いだす活動を取り入れ、事柄や説明を基に発展的に考えることができるようにしていくこと。

# 授業改善の例

生徒自らが事柄を予想し確かめる活動や問題を解決した後  
に新たな事柄を見いだす活動を取り入れた指導

## 第2学年「式の計算」東京書籍「新しい数学2」p21

2けたの自然数と、その数の一の位の数字と十の位の数字を入れかえた数を考えます。この2つの数の和が11の倍数になることを、いろいろな数で確かめてみましょう。

$$53 + 35 = 88 = 11 \times 8$$
$$92 + 29 = \square$$
$$84 + 48 = \square$$

上で確かめた性質がどんな2けたの自然数でも成り立つわけを、文字を使って説明してみましょう。

**例2** 2けたの自然数と、その数の一の位の数字と十の位の数字を入れかえた数の和は、11の倍数になります。このわけを、文字を使って説明しなさい。

**「2けたの自然数と、その数の一の位の数字と十の位の数字を入れかえた数の和に共通な性質はないでしょうか。」**

→ 2けたの自然数と、その数の一の位の数字と十の位の数字を入れかえた数の和は11の倍数になります。

**「本当にすべての場合で11の倍数になるといえますか。」**

**解答** はじめに考えた数の十の位を  $x$ 、

一の位を  $y$  とすると

$$\text{はじめの数は } 10x + y$$

$$\text{入れかえた数は } 10y + x$$

と表される。したがって、それらの和は

$$(10x + y) + (10y + x)$$

$$= 11x + 11y$$

$$= 11(x + y)$$

$x + y$  は整数だから、 $11(x + y)$  は11の倍数である。



11の倍数であることを示すには  $11 \times (\text{整数})$  の形に変形すればいいね。

**「2けたの自然数と、その数に一の位と十の位の数字を入れかえた数の差に共通な性質はないでしょうか。」**

**「2けたの自然数を3けたの自然数にしたらどうなりますか。」**

→ 3けたの自然数と、その数の百の位と一の位の数字を入れかえた数の差は、9の倍数になります。

「11の倍数になることを説明しなさい。」と発問するのではなく、教科書の問題をアレンジし「共通な性質はないだろうか？」と発問し、生徒にじっくり数を観察させる場面を設定する。

予想させる中で、「～は～である。」という命題の形で明確に表現することを指導していく。

事柄が成り立つ理由を説明する活動を促す。

和を式に表し、表した式を変形してその式が  $11 \times (\text{整数})$  と表せることを示せばよいという見通しを基に説明することを確認する。

命題の中の条件を変える視点を与えて「和を差にしてみたら？」結論がどうなるか予想させる場面を設定する。

さらに見いだした事柄を、主部と述部を命題の形で表現し、それが正しいことを説明させる活動にも挑戦させていく。

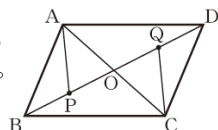
## 中学校 B問題

### 4(1) 証明の方針(平行四辺形の対角線)

4 悠斗さんは、次の問題を考えています。

問題

右の図のように、平行四辺形ABCDの対角線の交点をOとし、線分OB, OD上に、 $BP = DQ$ となる点P, Qをそれぞれとります。このとき、 $AP = CQ$ となることを証明しなさい。



次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

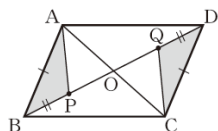
(1) 悠斗さんは、次のような証明の方針1を考えました。この証明の方針1にもとづいて、 $AP = CQ$ となることを証明することができます。

証明の方針1

①  $AP = CQ$ を証明するためには、 $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$ を示せばよい。

②  $\triangle ABP$ と $\triangle CDQ$ の辺や角について、等しいことがわかるものを探せばよい。まず、平行四辺形ABCDの性質から、 $AB = CD$ がわかるし、仮定から、 $BP = DQ$ もわかっている。

③ ②を使うと、 $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$ が示せそうだ。



この証明の方針1にもとづいて、 $AP = CQ$ となることを証明しなさい。

【出題の趣旨】

示された方針に基づいて証明することができるかどうかをみる。

【学習指導要領における領域・内容】

第2学年B 図形

【評価の観点】

数学的な見方や考え方

【正答率】

岩手県 24.3%

全国 32.4%

## 授業改善の視点

次の3つの事項について考える場面を設定し、方針に基づいて証明できるようにすることが大切である。

I 結論を示すためには何がわかればよいか。

II 仮定からいえることは何か。

III IとIIを結び付けるには、あと何がいえればよいか。



# 授業改善の例

I, II, IIIの3つの事項について考える場面を設定し、  
証明の方針を立てることができるようにする指導

## 第2学年「証明のすすめ方」東京書籍「新しい数学2」P.110

□ たしかめ  
② 右の図で、Oが線分AB, CDそれぞれの  
中点ならば、 $\angle OAC = \angle OBD$  となります。

- (1) このことから仮定と結論をいいなさい。
- (2) このことの証明を、次のように考えました。  
⑦にあてはまる三角形をいいなさい。  
④～⑥それぞれの根拠となつてい  
ることがらをいいなさい。

〈証明のすじ道〉

仮定から結論を導くには、 $\triangle AOC$ と⑦が  
合同であることをいえばよい。

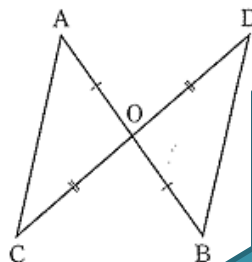
そのためには、次の3つのことがらを示せばよい。

$$\begin{array}{l} OA = OB \quad \cdots \cdots \text{仮定} \\ OC = OD \quad \cdots \cdots \text{仮定} \\ \angle AOC = \angle BOD \quad \cdots \cdots \text{④} \end{array}$$

これらのことから

$$\triangle AOC \cong \text{⑦} \quad \cdots \cdots \text{⑤}$$

これより  $\angle OAC = \angle OBD \quad \cdots \cdots \text{⑥}$



I 「結論を示すためには何が分かれば  
よいですか。」

結論 $\angle OAC = \angle OBD$ を証明するために、  
「 $\triangle AOC$ と $\triangle BOD$ が合同であること」がわ  
かればよい。

→ 結論を示す根拠として、「合同な図形では、  
対応する角は等しい」が使えるから。

II 「仮定からいえることは何ですか。」

仮定からいえることは、「 $OA = OB$ 」,  
「 $OC = OD$ 」である。

→ 「Oが線分AB, CDそれぞれの中点」で  
あるから。

III 「IとIIを結び付けるには、あと何  
がいればよいですか。」

IとIIを結びつけるには、あと「 $\angle AOC =$   
 $\angle BOD$ 」がいればよい。

→ 三角形の合同条件「2組の辺とその間の角  
がそれぞれ等しい」を根拠にできるから。

● 過去の調査結果から分析すると、どちらかといえば、  
IやIIについて丁寧に指導する必要があると考えられます。

I 証明の方針を立てるときの根拠として適切な事柄を指摘することができる。

平成20年度調査B4(1) 岩手県60.7% 全国64.0%

II 言葉で示された図形の性質や条件を、記号を用いて表すことができる。

平成22年度調査A7(3) 岩手県57.5% 全国63.2%

III 2つの三角形が合同であることを判断する際に必要な辺や角の相当関係を指摘する  
ことができる。

平成21年度調査A7 岩手県82.3% 全国85.6%

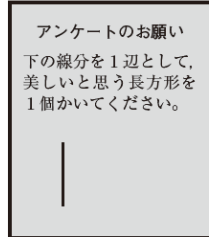
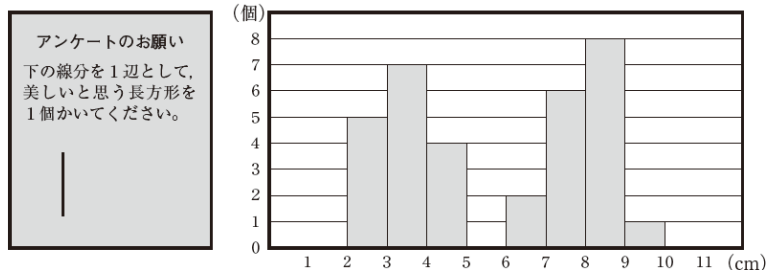
## 中学校 B問題

### 5 (2) 情報の適切な表現と判断 (黄金比)

5 麻衣さんと小春さんは、学級の生徒がどのような長方形を美しいと思うかを調べることにしました。そこで、下のような、長さ5cmの線分がかかれたアンケート用紙を学級の生徒33人に配り、それを1辺とする長方形をかいてもらいました。

図1は、集計した結果をまとめたものです。このヒストグラムから、例えば、横の辺の長さが2cm以上3cm未満である長方形が5個かかれていたことがわかります。

図1 長方形の分布 (横の辺の長さ)

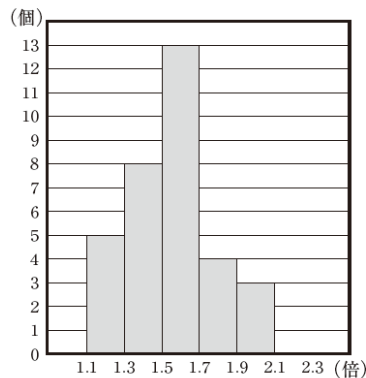


(2) 麻衣さんは、小春さんの長方形を横にしてみると、自分の長方形と同じ形に見えると思いました。

そこで、集計したすべての長方形について、長い辺の長さが短い辺の長さの何倍かを求めて、図2のヒストグラムにまとめ直しました。

このようにまとめ直すと、学級の生徒が美しいと思う長方形について、新たにどのようなことがわかりますか。わかることを、図2のヒストグラムの特徴をもとに説明しなさい。

図2 長方形の分布 (割合)



#### 【出題の趣旨】

資料の傾向を的確に捉え、事柄の特徴を数学的に説明できるかどうかをみる。

【学習指導要領における領域・内容】

第1学年D 資料の活用

【評価の観点】

数学的な見方や考え方

【正答率】

岩手県 24.8%

全国 25.5%

#### 授業改善の視点

美しいと思う長方形について、実際にアンケートをして集計したデータをヒストグラムに整理し、視点を変えて資料の傾向を捉え直すことで、「長方形には多くの人が美しいと思う形がある」ことを見いだすことができるようにする。

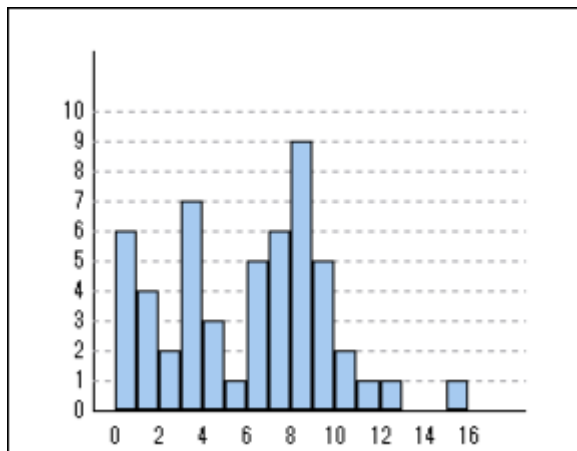
# 授業改善の例

視点を変えてヒストグラムを作り直すことで、資料の傾向を捉え直すことができるようにする指導

第1学年「資料の活用」東京書籍「新しい数学1」P.210～

～K中学校53名による「美しいと思う長方形」のアンケート調査から～

図1 長方形の分布（横の長さ）



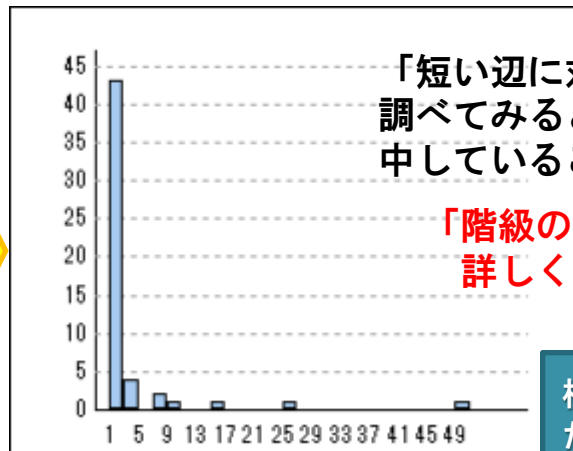
「平均値は5.98cmだけど、実際に5cm以上6cm未満の長方形をかいたのは1人だけだ…」

「ヒストグラムにまとめてみても山がギザギザで、何か傾向があるとは思えない…」

「このままだと、縦長と横長の長方形が混在していますね。長方形の向きをそろえて調べるにはどうしたらいいかな。」

長方形の向きをそろえて、長い辺の長さが短い辺の長さの何倍を調べる。

図2 長方形の分布（割合:階級の幅2.0）

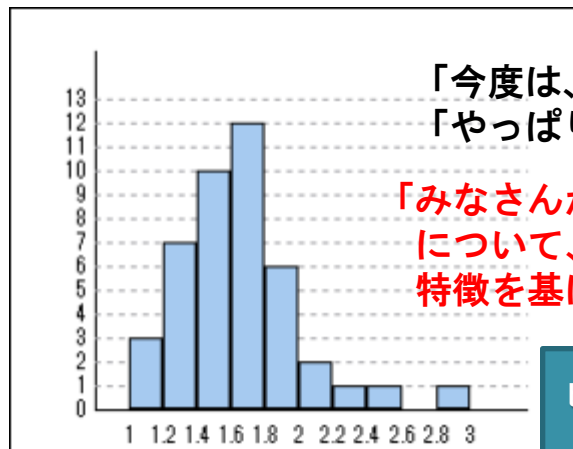


「短い辺に対する長い辺の割合で調べてみると、1.0倍から3.0倍に集中していることがわかるよ。」

「階級の幅を0.2に変えて、詳しく調べてみましょう。」

極端に細長い長方形をかいた生徒がいても、割合で調べると「外れ値」として処理できるようになる。

図3 長方形の分布（割合:階級の幅0.2）



「今度は、山が1つになった。」  
「やっぱり何か特徴があるんだ。」

「みなさんが美しいと思う長方形について、図3のヒストグラムの特徴を基に説明しましょう。」

ヒストグラムの特徴を基に「言語活動の充実」を図る。

## 参考例

# 全国学調PDCAサイクル

a...学校体制の取組 b...学級担任、教科担任の取組

## Action (改善)

- a1 次年度の学力調査までの取組計画の見直しと再確認をする。
- a2 今後の授業改善の視点、指導の重点を捉える。
- b1 授業改善の視点、指導の重点を明確にして授業実践をする。
- b2 補充指導（全体・個人）を実施する。

## Check (評価)

- a1 調査結果（学習面）を分析し自校の児童生徒の実態（学習面）を把握する。
- a2 調査結果（学校、児童生徒質問紙）の結果を分析し、自校の児童の実態（生活面）を把握する。
- b 調査結果（学習面、児童生徒質問紙）を分析し児童 生徒一人一人の状況（学習面・生活面）を把握する。

- a1 次年度の学力調査までの取組計画を策定する。
- a2 自校の課題の解決につながる授業改善の視点、指導の重点を共有する。
- a3 実施された学力調査の問題の分析をし、年間指導計画に反映させるよう指導する。
- b1 授業改善の視点、指導の重点、学力調査の問題の分析に基づいて各教科の年間指導計画を立てる。
- b2 少人数指導、個別指導の実施計画を立てる。

# 全国学調 PDCAサイクル

- a1 授業改善の視点、指導の重点に基づく授業実践を推進する。
- a2 実施された学力調査の問題を、学習問題、授業展開に活用するよう指導する。
- b1 授業改善の視点、指導の重点、学力調査の問題の分析に基づいた授業実践を進める。
- b2 少人数、個別指導を通して、個に応じた指導を実現する。
- b3 年間指導計画に基づき、過去の調査問題を授業の中で取り組ませる。
- b4 本年度の学力調査を自校（自己）採点をして、分析し補充指導をする。

## Do (実行)

## Plan (計画)

# 参考例

## 全国学調取組PDCAサイクル表

学校名 \_\_\_\_\_

a...学校体制の取組 b...学級担任、教科担任の取組

PDCA	具体的取組 (例)	担当者	チェック欄
Plan 【計画】	a1 次年度の学力調査までの取組計画を策定する。		
	a2 自校の課題の解決につながる授業改善の視点、指導の重点を共有する。		
	a3 実施された学力調査の問題の分析をし、年間指導計画に反映させるよう指導する。		
	b1 授業改善の視点、指導の重点、学力調査の問題の分析に基づいて年間指導計画を立てる。		
	b2 少人数指導、個別指導の実施計画を立てる。		
Do 【実行】	a1 授業改善の視点、指導の重点に基づく授業実践を推進する。		
	a2 実施された学力調査の問題を、学習問題、授業展開に活用するよう指導する。		
	b1 授業改善の視点、指導の重点、学力調査の問題の分析に基づいた授業実践を進める。		
	b2 少人数、個別指導を通して、個に応じた指導を実現する。		
	b3 年間指導計画に基づき、過去の調査問題を授業の中で取り組ませる。		
Check 【評価】	b4 本年度の学力調査を自校（自己）採点をして、分析し補充指導をする。		
	a1 調査結果（学習面）を分析し自校の児童生徒の実態（学習面）を把握する。		
	a2 調査結果（学校、児童生徒質問紙）の結果を分析し、自校の児童の実態（生活面）を把握する。		
Action 【改善】	b 調査結果（学習面、児童生徒質問紙）を分析し児童生徒一人一人の状況（学習面・生活面）を把握する。		
	a1 次年度の学力調査までの取組計画の見直しと再確認をする。		
	a2 今後の授業改善の視点、指導の重点を捉える。		
	b1 授業改善の視点、指導の重点を明確にして授業実践をする。		
	b2 補充指導（全体・個人）を実施する。		